1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-12 تحديد المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.

الدرس 6-12 استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع ومتساوية الساقين.

بعد الدرس 6-12 استخدام تحويلات التطابق لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

2 التدريس

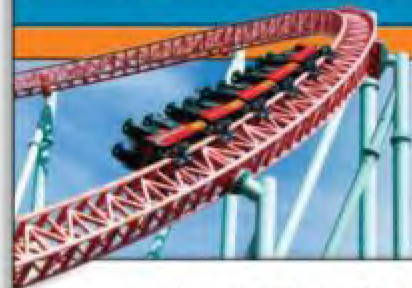
الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- لماذا المثلثات متساوية الساقين؟ لأن كل مثلث يوجد به ضلعان متطابقان.
- ما الذي يبدو صحيحًا عن الزوايا المقابلة للأضلاع المتساوية؟ تبدو الزوايا متطابقة.
- ما نوع المثلث الناتج إذا كان الضلع الثالث للمثلث مطابقًا للضلعين الآخرين؟ مثلث متساوي الأضلاع
- ما الذي تعتقد أنه صحيح بخصوص الزوايا الثلاث إذا كانت الأضلاع الثلاثة متطابقة؟ تكون الزوايا أيضًا متطابقة، وقياس كل زاوية منها 60.

الدرس 6-12 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع



السابق
- تعرفت على المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.

الحالي
1. استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين.
2. استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع.

لماذا؟
- تحتوي قضبان قطارات الملاهي على دعامات مثلثة بين القضبان للدعم والتثبيت. الدعامات المثلثة التي في الصورة مثلثات متساوية الساقين.

المفردات الجديدة
ساقا المثلث متساوي الساقين
legs of an isosceles
زاوية الرأس
vertex angle
زوايا القاعدة
base angles

إثبات نظريات حول المثلثات.
عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 خواص المثلثات متساوية الساقين

تذكّر أن المثلثات متساوية الساقين تحتوي على ضلعين متطابقين على الأقل. أجزاء المثلث متساوي الساقين لها أسماء خاصة.

تسمى الضلعان المتطابقان **ساقي المثلث متساوي الساقين**، والزاوية المحصورة بين الضلعين اللذين يمثلان الساقين تُسمى **زاوية الرأس**. ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس تسمى القاعدة. الزاويتان المتكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتا القاعدة**.

$\angle 1$ هي زاوية الرأس.

$\angle 2$ و $\angle 3$ زاويتا القاعدة.

النظريات المثلث متساوي الساقين

12.10 نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

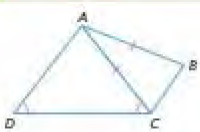
مثال إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

12.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين
إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقان.

مثال إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$.

سوف تثبت النظرية 12.11 في التمرين 37.

مثال 1 القطع المتطابقة والزوايا المتطابقة



a. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
$\angle ACB$ تقابل $\overline{AB}$ و $\angle B$ تقابل $\overline{AC}$.
إذًا $\angle ACB \cong \angle B$.

b. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
$\overline{AD}$ يقابل $\angle ACD$ و $\overline{AC}$ يقابل $\angle D$.
إذًا $\overline{AD} \cong \overline{AC}$.

1 خواص المثلثات متساوية الساقين

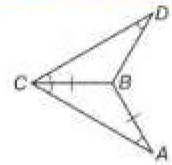
المثال 1 يوضح طريقة استخدام نظرية المثلث متساوي الساقين في تحديد الأضلاع المتطابقة والزوايا المتطابقة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1



a. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة. $\angle BCA$ و $\angle A$

b. اذكر اسم قطعتين مستقيمتين متطابقتين ليست عليهما علامة. $\overline{BD} \cong \overline{BC}$

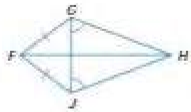
التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اجعل الطلاب يعملوا في مجموعات ليسجلوا مقاطع فيديو توضح كيفية إثبات أن المثلثات إما متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع. شارك مقطع الفيديو الخاص بكل مجموعة مع الصف الدراسي.

تمرين موجّه

1A. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

1B. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.



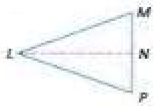
1A. $\angle FGJ$ و $\angle FJG$
1B. $\overline{GH}$ و $\overline{JH}$

للبرهنة على نظرية المثلث متساوي الساقين، ارسم خطًا مستقيمًا مساعدًا واستخدم المثلثين المتكونين.

البرهان نظرية المثلث متساوي الساقين

المعطيات: $\triangle LMP$، $\overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle M \cong \angle P$



البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. افترض أن N نقطة منتصف $\overline{MP}$	1. كل قطعة لها نقطة منتصف واحدة فقط.
2. ارسم قطعة مساعدة $\overline{LN}$	2. تحدد نقطتان مستقيمًا.
3. $\overline{MN} \cong \overline{PN}$	3. نظرية نقطة المنتصف
4. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$	4. خاصية الانعكاس في التطابق
5. $\overline{LM} \cong \overline{LP}$	5. المعطيات
6. $\triangle LMN \cong \triangle LPN$	6. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)
7. $\angle M \cong \angle P$	7. CPCTC

2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

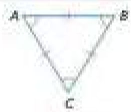
تقود نظرية المثلث متساوي الساقين إلى لازمتين بخصوص زوايا المثلث متساوي الأضلاع.

مراجعة المفردات
المثلث متساوي الأضلاع مثلث بثلاثة أضلاع متطابقة

اللازمات المثلث متساوي الأضلاع

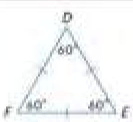
12.3 يكون المثلث متساوي الأضلاع فقط إذا كان متساوي الزوايا.

مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$.



12.4 يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.

مثال إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FE}$، فإن $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$.



ستبرهن النتيجتين 12.3 و 12.4 في التمرينين 35 و 36.

إرشاد للمعلمين الجدد

اختلاف الاتجاهات لأن أجزاء المثلثات متساوية الساقين لها أسماء خاصة، فدائمًا ما يقع الطلاب في خطأ عند تصنيف المثلثات متساوية الساقين. فاحرص على أن تعرض المثلثات متساوية الساقين باتجاهات مختلفة بحيث يتمكن الطلاب من تحديد الأضلاع المتطابقة وزاويتي القاعدة.

إرشاد للمعلمين الجدد

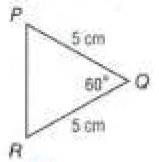
تطابق الزوايا استخدم ورقة صغيرة الحجم لتوضيح العلاقة بين زاويتي القاعدة في المثلث متساوي الساقين. ارسم الشكل وقم بطي الورقة من المنتصف.

2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

المثالان 2 و 3 يوضحان طريقة استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع في إيجاد القياسات والقيم المجهولة.
المثال 4 يوضح كيفية تطبيق خواص تطابق المثلثات لإثبات أن المثلث متساوي الأضلاع.

أمثلة إضافية

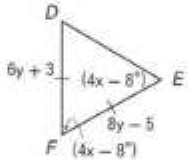
2 أوجد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle R$ 60

b. PR 5 cm

3 الجبر أوجد قيمة كل متغير.



$x = 17, y = 4$

مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

أوجد قياس كل مما يلي.

a. $m\angle Y$

بما أن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$، $XY = XZ$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة Z و Y متطابقتان، ولذلك $m\angle Z = m\angle Y$. استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle Y$.

$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$	نظرية مجموع المثلث
$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$	$m\angle X = 60$, $m\angle Z = m\angle Y$
$60 + 2(m\angle Y) = 180$	بسّط.
$2(m\angle Y) = 120$	اطرح 60 من كل طرف.
$m\angle Y = 60$	اقسم كل طرف على 2.

b. YZ

$m\angle Z = m\angle Y$، إذًا $m\angle Z = 60$ بالتعويض. بما أن $m\angle X = 60$، وقياس الزوايا الثلاث جميعها يبلغ 60، إذًا فالمثلث متساوي الزوايا. بما أن المثلث متساوي الزوايا يكون متساوي الأضلاع أيضًا، $XY = XZ = ZY$. بما أن $XY = 8$ سم، $YZ = 8$ سم بالتعويض.

نصيحة دراسية

المثلثات متساوية الساقين كما اكتشفت في المثال 2، أي مثلث متساوي الساقين له زاوية واحدة بقياس 60° يجب أن يكون مثلثًا متساوي الأضلاع.

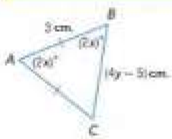
تمرين موجّه

2A. $m\angle M$ 30 **2B.** PN 11 cm

يمكنك استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع والجبر لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

الجبر أوجد قيمة كل متغير.



بما أن $\angle B \cong \angle A$، $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ وفقًا لعكس نظرية المثلث متساوي الساقين. كل أضلاع المثلث متطابقة. إذًا فالمثلث متساوي الأضلاع. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة. إذًا $2x = 60$ و $x = 30$.

المثلث متساوي الأضلاع. إذًا فكل الأضلاع متطابقة وأطوال كل الأضلاع متساوية.

$AB = BC$	تعريف المثلث متساوي الأضلاع
$3 = 4y - 5$	تعويض
$8 = 4y$	اجمع 5 على كل طرف.
$2 = y$	اقسم كل طرف على 4.

تمرين موجّه

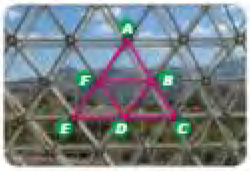
3. أوجد قيمة كل متغير.

$x = 7, y = 2$

التدريس المتمايز AL OL

طريقة التواصل اطلب من مجموعات الطلاب الاجتهاد في حل التمارين 3-1 في "تمرين موجّه". وشجع المجموعات لمناقشة خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع وهم يتوصلون إلى البراهين.

مثال 4 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات



البيئة **راجع صورة المحيط الحيوي على اليسار. $\triangle ACE$ مثلث متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف $\overline{AE}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$ و B نقطة منتصف $\overline{CA}$. أثبت أن $\triangle FBD$ أيضًا متساوي الأضلاع.**

المعطيات: $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف $\overline{AE}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$ و B نقطة منتصف $\overline{CA}$

المطلوب: $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.

البرهان:

العبارات	المبرِّرات
1. $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع.	1. المعطيات
2. F نقطة منتصف AE و D نقطة منتصف EC و B نقطة منتصف CA.	2. المعطيات
3. $m\angle A = 60, m\angle C = 60, m\angle E = 60$	3. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.
4. $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$	4. تعريف التطابق والتعويض
5. $\overline{AE} \cong \overline{EC} \cong \overline{CA}$	5. تعريف المثلث متساوي الأضلاع
6. $AE = EC = CA$	6. تعريف التطابق
7. $\overline{AF} \cong \overline{FE}, \overline{ED} \cong \overline{DC}, \overline{CB} \cong \overline{BA}$	7. نظرية نقطة المنتصف
8. $AF = FE, ED = DC, CB = BA$	8. تعريف التطابق
9. $AF + FE = AE, ED + DC = EC, CB + BA = CA$	9. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
10. $AF + AF = AE, FE + FE = AE, ED + ED = EC, DC + DC = EC, CB + CB = CA, BA + BA = CA$	10. التعويض
11. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = EC, 2DC = EC, 2CB = CA, 2BA = CA$	11. خاصية الجمع
12. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = AE, 2DC = AE, 2CB = AE, 2BA = AE$	12. خاصية التعويض
13. $2AF = 2ED = 2CB, 2FE = 2DC = 2BA$	13. خاصية التعدي
14. $AF = ED = CB, FE = DC = BA$	14. خاصية القسمة
15. $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}, \overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$	15. تعريف التطابق
16. $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$	16. مسلّمة ضلعين وزاوية (SAS)
17. $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$	17. CPCTC
18. $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.	18. تعريف المثلث متساوي الأضلاع

تمرين موجّه

4. إذا علمت أن $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، و $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$، و $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$، و $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، فأثبت أن $\triangle FED \cong \triangle BDC$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

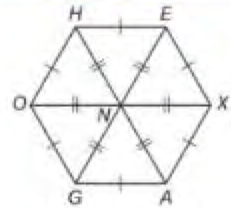
الربط بالحياة اليومية

المحيط الحيوي 2 هو أكبر نظام بيئي مغلق شافا تم تشييده على الإطلاق، ويغطي مساحة 0.0127 كم مربع في مدينة أوراكل في أريزونا. يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في المنشأة البيئية الخاضعة للتحكم 27.3 مترًا ويضم 6500 نافذة تحيط بمساحة حجمها 194.400 مترًا مكعبًا.

المصدر: جامعة أريزونا

مثال إضافي

4



المعطيات: $HEXAGO$ عبارة عن مضلع منتظم. $\triangle ONG$ مثلث متساوي الأضلاع، و N هي نقطة منتصف $\overline{GE}$، و $\overline{EX} \parallel \overline{OG}$.

المطلوب: $\triangle ENX$ متساوي الأضلاع.

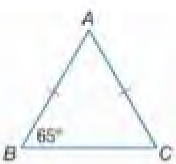
البرهان:

العبارات (المبرِّرات)

1. $HEXAGO$ مضلع منتظم. (معطيات)
2. $\triangle ONG$ متساوي الأضلاع. (معطيات)
3. $\overline{EX} \cong \overline{XA} \cong \overline{AG} \cong \overline{GO} \cong \overline{OH} \cong \overline{HE}$ (تعريف الشكل السداسي المنتظم)
4. N هي نقطة منتصف $\overline{GE}$. (معطيات)
5. $\overline{NG} \cong \overline{NE}$ (نظرية نقطة المنتصف)
6. $\overline{EX} \parallel \overline{OG}$ (المعطيات)
7. $\angle NEX \cong \angle NGO$ (نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة)
8. $\triangle ONG \cong \triangle ENX$ (مسلّمة SAS)
9. $\overline{OG} \cong \overline{NO} \cong \overline{GN}$ (تعريف المثلث متساوي الأضلاع)
10. $\overline{NO} \cong \overline{NX}, \overline{GN} \cong \overline{EN}$ (النظرية CPCTC)
11. $\overline{XE} \cong \overline{NX} \cong \overline{EN}$ (التعويض)
12. $\triangle ENX$ متساوي الأضلاع. (تعريف المثلث متساوي الأضلاع)

التدريس المتمايز BL OL

التوسّع أوجد قياس زاوية الرأس A. اشرح.



بما أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$، فإن $\triangle ABC$ متساوي الساقين. وتنص نظرية الزوايا في المثلث متساوي الساقين على أنه إذا كان في المثلث ضلعان متطابقان، فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين تكونان أيضًا متطابقتين. إذًا، $m\angle C = 65$. وتنص نظرية مجموع زوايا المثلث على أن مجموع قياسات الزوايا في المثلث تساوي 180. إذًا، $m\angle A = 180 - 65 - 65 = 50$.

3 تمرين

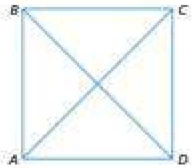
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التحقق من فهمك

مثال 1 **راجع الشكل الموجود على اليسار.**



1. إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle ABD \cong \angle ADB$
2. إذا كانت $\angle CAD \cong \angle ACD$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AD} \cong \overline{CD}$

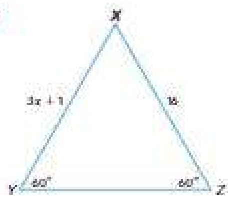
مثال 2 **أوجد قياس كل مما يلي.**

3. DE **22**

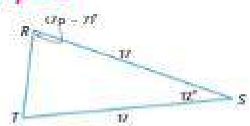
4. $m\angle MPN$ **40°**

مثال 3 **الجبر** **أوجد قيمة كل متغير.**

5. $x = 5$



6. $p = 13$

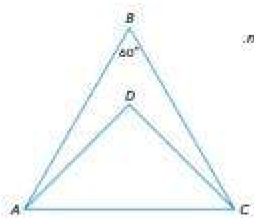


مثال 4 7. **البرهان** **اكتب برهاناً من عمودين.**

المعطيات: $\angle BAD \cong \angle BCD$, $\overline{DA} \cong \overline{DC}$, $m\angle ABC = 60$.

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

انظر ملحق إجابات الوحدة 12.



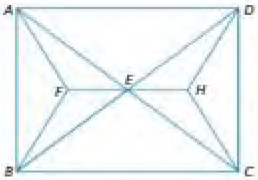
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9–24, 46–60	9–23 فردي, 52–55	10–24 زوجي, 46–51, 56–60
OL أساسي	9–23 فردي, 25–29, 31–43 فردي, 44, 46–60	9–24, 52–55	25–29, 31–43, 46–51, 56–60
BL متقدم	25–60		

التمرين وحل المسائل

مثال 1

راجع الشكل الموجود على اليسار.



8. إذا كانت $\angle DAE \cong \angle ADE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AE} \cong \overline{DE}$

9. إذا كانت $\angle BAF \cong \angle ABF$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AF} \cong \overline{FB}$

10. إذا كانت $\overline{CE} \cong \overline{BE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle EBC \cong \angle ECB$

11. إذا كانت $\angle CDE \cong \angle DCE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{ED} \cong \overline{EC}$

12. إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{DE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle DAE \cong \angle ADE$

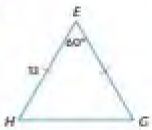
13. إذا كانت $\overline{DH} \cong \overline{CH}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle HCD \cong \angle HDC$

مثال 2

أوجد قياس كل مما يلي.

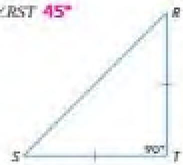
14. AB **7**

15. HG **13**



16. $m\angle NMP$ **55°**

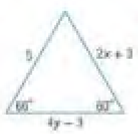
17. $m\angle RST$ **45°**



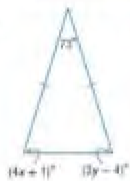
مثال 3

الجبر أوجد قيمة كل متغير.

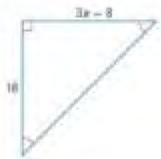
18. $x = 1, y = 2$



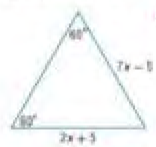
19. $x = 4, y = 7$



20. $x = 8$



21. $x = 2$



مثال 4

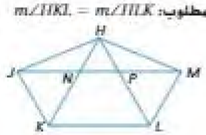
البرهان اكتب برهاناً حرّاً. **23–22. انظر الهامش.**

22. **المعطيات:** $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع، $\overline{DE}$ يوازي $\overline{BC}$، $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $\triangle DBH$ متساوي الأضلاع.

3. **المعطيات:** $\triangle HNJ \cong \triangle HMP, \triangle JNK \cong \triangle MPL$

المطلوب: $m\angle HKL = m\angle HLK$



إجابات إضافية

22. **البرهان:** مذكور في المعطيات لدينا أن $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع، ومن ثم، $m\angle BAC = 60, m\angle ABC = 60$. وفي المعطيات كذلك أن $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع، ومن ثم، $m\angle EDH = 60,$ $m\angle DEH = 60, m\angle DHE = 60$. بما أننا نعلم أن $\overline{DE}$ يوازي $\overline{BC}$، $m\angle EDH = m\angle DHB$ لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان. ومن ثم، $m\angle DHB = 60$ بالتعويض. وبما أن $\triangle DBH$ عبارة عن مثلث متساوي الساقين تبلغ زوايا القاعدة به 60، فطبقًا لنظرية مجموع زوايا المثلث، فإن $m\angle BDH = 60$. إذًا، $\triangle DBH$ مثلث متساوي الزوايا وبالتالي متساوي الأضلاع.

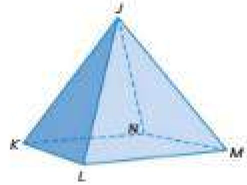
23. **البرهان:** يوجد لدينا معطيات تقول إن $\triangle HNJ \cong \triangle HMP$ و $\triangle JNK \cong \triangle MPL$. ومن ثم فإننا نعلم أن $\overline{HN} = \overline{HP}$ و $\overline{NK} = \overline{PL}$ وهذا لأنها أجزاء متناظرة لزوايا متطابقة. $\overline{HN} + \overline{NK} = \overline{HP} + \overline{PL}$ طبقًا لمسلّمة جمع القطع المستقيمة. كذلك، $\overline{HN} + \overline{NK} = \overline{HK}$ و $\overline{HP} + \overline{PL} = \overline{HL}$. بعد ذلك، ومن خلال التعويض، $\overline{HK} = \overline{HL}$. بناءً عليه، فإن $\triangle HKL$ مثلث متساوي الساقين. وطبقًا لنظرية المثلث متساوي الساقين، $m\angle HKL = m\angle HLK$.

الإجابة النموذجية:

26. **التخمين:** منصّف الزاوية ينصّف الضلع المقابل.

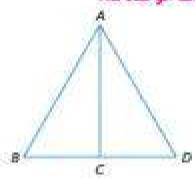
البرهان. بما أنّ $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع، فإنّ $m\angle ABD = m\angle ADB = m\angle BAD = 60$. $\overline{AC}$ هو منصّف الزاوية $\angle BAD$، ومن ثم، فإن $m\angle CAD = m\angle BAC = 30$. $\overline{AC} = \overline{AC}$ طبقًا لخاصية الانعكاس. لذا، وطبقًا لمسلّمة AAS، فإن $\triangle ACD \cong \triangle ACB$. إذًا، $\overline{BC} = \overline{CD}$ حسب النظرية $CPCTC$. ومن ثم، فإن $\overline{AC}$ ينصّف $\overline{BD}$.

760 | الدرس 6-12 | المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع



24. **الأهرامات** يتكون الهرم الموضح من 4 مثلثات. إذا كان $\triangle JKL$، و $\triangle JLM$، و $\triangle JMN$، مثلثات متساوية الساقين، فأثبت أن $\triangle JKN$، أيضًا متساوي الساقين.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

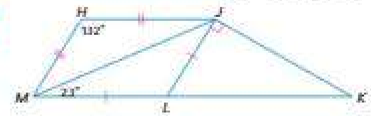
25. **الإنشاء** أنشئ ثلاثة مثلثات مختلفة متساوية الأضلاع. اشرح الطريقة المستخدمة. ثم تحقق من إنشائك باستخدام القياس والرياضيات. ثم أنشئ منصفات زوايا لزاوية من كل مثلث. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

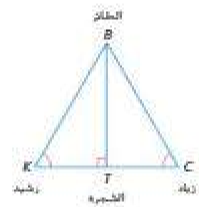


26. **البرهان** استنادًا إلى الإنشاء الوارد في التمرين 27، خمن وأثبت العلاقة بين منصف الزاوية وضلع المثلث الذي يقطعه. **انظر الهامش.**

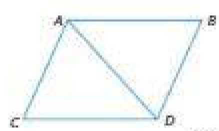
أوجد قياس كل مما يلي.

27. $m\angle JLM$ **134°**
28. $m\angle HJM$ **24°**
29. $m\angle JKL$ **67°**
30. $m\angle JLK$ **23°**





31. **مراقبة الطيور** يراقب رشيد وزياد أحد الطيور أثناء بناء عش على شجرة. إذا كان عليهما استخدام زاوية الارتفاع ذاتها للتمكن من رؤية الطائر، فأثبت أن الشجرة تقع في منتصف المسافة بينهما
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

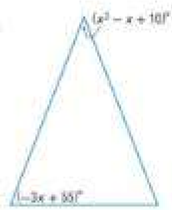


32. **المعطيات:** $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ متساويا الساقين و $\overline{AB}$ يوازي $\overline{CD}$.
المطلوب: $\angle BAC$ و $\angle ABD$ متكاملتان.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

البرهان **اكتب برهانًا من عمودين لكل نتيجة أو نظرية.**
33–35. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

33. نتيجة 12.3
34. نتيجة 12.4
35. نظرية 12.11

أوجد قيمة كل متغير.

36. 

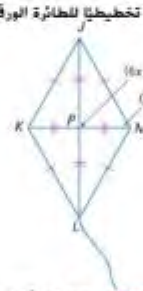
$x = 12$

37. 

$s = 7$

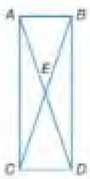
761

الألعاب استخدم رسمًا تخطيطيًا للطائرة الورقية الموضحة لإيجاد كل قياس



38. $m\angle JMP$ **45°**
39. $m\angle MJK$ **90°**
40. $m\angle MKL$ **45°**
41. $m\angle KLM$ **90°**

42. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف المثلثات الناشئة من قطري مستطيل.



a. **هندسيًا** استخدم مسطرة ومنقلة لرسم ثلاثة مستطيلات مختلفة وأقطارها. ضع تسميات كما هو موضح. **انظر الهامش.**

b. **جدوليًا** استخدم منقلة لقياس وتسجيل $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$. استخدم هذه القياسات لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$. رتب النتائج في جدول. **انظر الهامش.**

c. **لفظيًا** اشرح كيفية استخدام $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$ لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$. **انظر الهامش.**

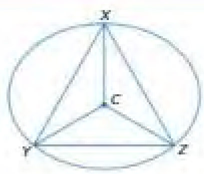
d. **جبريًا** إذا علمت أن $m\angle CAE = x$ فاكتب تعبيرًا لقياسات $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$.

$m\angle AEC = x, m\angle AEB = 180 - x, m\angle BAE = 90 - x, m\angle ABE = 90 - x$

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. **تحدٍ** ΔXYZ محاط بدائرة مركزها C كما هو موضح. إذا علمت أن $m\angle YCZ = 120$ و $\overline{CZ}$ ينصف $\angle XZY$. فأثبت أن ΔXYZ متساوي الأضلاع.

انظر ملحق إجابات الوحدة 12.



التبرير حدد ما إذا كانت العبارات التالية تصح *أحيانًا أم دائمًا أم لا تصح أبدًا. اشرح.*

44. إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين عددًا صحيحًا فإن قياس كل زاوية قاعدة عدد زوجي. **أحيانًا**

45. إذا كان قياسا زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين عددين زوجيين، فإن قياس زاوية رأسه عدد فردي. **على الإطلاق**

46. **تحليل الخطأ** يحاول سالم وسعيد إيجاد قيمة x في الشكل الموضح. يقول سالم إن $x = 5$ بينما يقول سعيد إن $x = 8$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.

كلاهما خطأ. نظرًا لأنه مثلث متساوي الساقين، يتساوى طول الضلعين. إذًا $5x + 8 = 6x + 1$ و $x = 7$

47. **التبرير** إذا كان لديك رسم تخطيطي لمثلث متساوي الساقين، فكم عدد الزوايا التي يجب أن تكون معلومة لإيجاد قياس كل زاوية؟ اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

48. **الكتابة في الرياضيات** أين ترى التناظر في المثلثات متساوية الساقين والأضلاع؟ **انظر الهامش.**

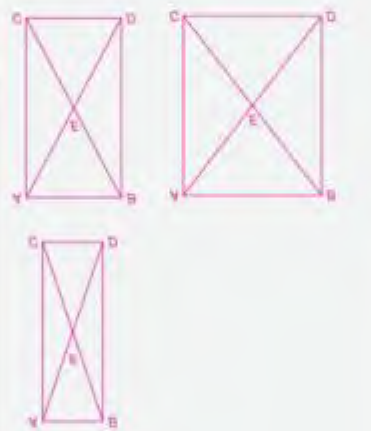
التمثيلات المتعددة

في التمرين 42، يستخدم الطلاب كراسات رسم هندسي وطاولة ووصفًا لفظيًا وتعابير جبرية لاستكشاف القياسات الممكنة للزوايا الداخلية للمثلث متساوي الساقين عندما يكون لديهم قياس واحدة من الزوايا الخارجية.

إجابات إضافية

الإجابة النموذجية:

42a.



42b. الإجابة النموذجية:

	مستطيل 1	مستطيل 2	مستطيل 3
$m\angle CAE$	45	30	50
$m\angle ACE$	45	30	50
$m\angle AEC$	90	120	80
$m\angle AEB$	90	60	100
$m\angle BAE$	45	60	40
$m\angle ABE$	45	60	40

42c. حالما يكون لدينا $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$ نستطيع استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب $m\angle AEC$. بعد ذلك، بما أن $\angle AEC$ و $\angle AEB$ يشكلان زاوية مستقيمة، فبإمكاننا أن نستخدم الصيغة $180 - \angle AEC$ لحساب $\angle AEB$. بما أن $\angle BAE$ و $\angle CAE$ يشكلان زاوية قائمة، فبإمكاننا استخدام الصيغة $90 - \angle CAE$ لحساب $\angle BAE$. بعدها، يمكننا استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب $\angle ABE$.

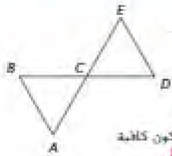
تدريب على الاختبار المعياري

49. الجبر ما الكمية التي ينبغي إضافتها إلى كلا طرفي هذه المعادلة لاستكمال المربع؟ **D**

$x^2 - 10x = 3$

A -25　　C 5
B -5　　D 25

50. الإجابة القصيرة في مدرسة تضم 375 طالبًا، يمارس 150 طالبًا الرياضة ويشارك 70 طالبًا في نادي الخدمة الاجتماعية. يمارس 30 طالبًا الرياضة ويشاركون أيضًا في نادي الخدمة الاجتماعية. كم عدد الطلاب غير المشتركين في أي من الرياضة أو نادي الخدمة الاجتماعية؟ **185**



51. في الشكل، $\overline{AE}$ و $\overline{BD}$ يتقاطعان بعضهما عند النقطة C.

ما المعلومات الإضافية التي ستكون كافية للبرهنة على أن $\overline{DE} \cong \overline{DC}$؟ **F**

F $\angle A \cong \angle BCA$　　H $\angle ACB \cong \angle EDC$
G $\angle B \cong \angle D$　　J $\angle A \cong \angle B$

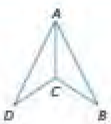
52. **SAT/ACT** إذا كان $x = -3$، إذًا $4x^2 - 7x + 5 =$ **E**

A 2　　C 20　　E 62
B 14　　D 42

53. $\triangle ADC \cong \triangle ABC$؛ بما أن $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ إذًا المثلثان متطابقان حسب AAS.

مراجعة شاملة

53. إذا كانت $m\angle ADC = 35$ و $m\angle ABC = 35$، و $m\angle DAC = 26$، و $m\angle BAC = 26$، فحدد ما إذا كان $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

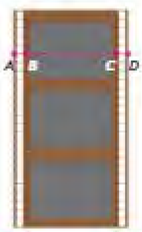


حدد ما إذا كان $\triangle XYZ \cong \triangle STU$. اشرح. **54–55. انظر الهامش.**

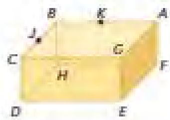
54. $S(0, 5)$, $T(0, 0)$, $U(1, 1)$, $X(4, 8)$, $Y(4, 3)$, $Z(6, 3)$

55. $S(2, 2)$, $T(4, 6)$, $U(3, 1)$, $X(-2, -2)$, $Y(-4, 6)$, $Z(-3, 1)$

56. **التصوير** يتم إدخال الفيلم عبر الكاميرا التقليدية عن طريق الترسين اللذين يمسكان الثقوب في الفيلم. المسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D. أثبت أن الشريطين المثقوبين لهما نفس العرض. **انظر الهامش.**



راجع الشكل الموجود على اليسار.



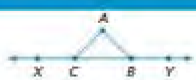
57. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟ **6**

58. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. **B, J, C أو A, K, B**

59. هل النقاط A و C و D و J على مستوى إحداثي واحد؟
لا : تقع النقاط A، و C، و J في المستوى ABC، لكن D لا تقع في هذا المستوى.

مراجعة المهارات

60. **البرهان** إذا كانت $\angle ACB \cong \angle ABC$، فإن $\angle XCA \cong \angle YBA$. **انظر الهامش.**



4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يتوقعوا كيف أن أساليب البرهان التي تعلموها حتى الآن في تلك الوحدة ستساعدهم في الدرس التالي.

إجابات إضافية

54. $SU = \sqrt{17}$, $TU = \sqrt{2}$, $ST = 5$, $XZ = \sqrt{29}$, $YZ = 2$, $XY = 5$؛ الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة؛ والمثلثات ليست متطابقة.

55. $SU = \sqrt{2}$, $TU = \sqrt{26}$, $ST = \sqrt{20}$, $XZ = \sqrt{10}$, $YZ = \sqrt{26}$, $XY = \sqrt{68}$؛ الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة؛ المثلثات ليست متطابقة.

56. **المعطيات:** $AC = BD$
المطلوب إثباته: $AB = CD$

البرهان:

العبارة (المبررات)

1. $AC = BD$ (المعطيات)
2. $AC = AB + BC$
3. $BD = BC + CD$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة.)
4. $AB + BC = BC + CD$ (التعويض.)
5. $\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (خاصية الانعكاس)
6. $BC = BC$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة.)
7. $AB = CD$ (خاصية الطرح.)

60. البرهان:

العبارة (المبررات)

1. $\angle ACB \cong \angle ABC$ (المعطيات)
2. $\angle XCA$ و $\angle ACB$ عبارة عن زوج خطي. $\angle ABC$ و $\angle ABY$ عبارة عن زوج خطي. (تعريف الزوج الخطي)
3. $\angle XCA$ و $\angle ABC$ و $\angle ABC, \angle ABY$ زوايا متكاملة (نظرية التكامل)
4. $\angle XCA \cong \angle YBA$ (∠ الزوايا المكملة لزوايا متطابقة ≅ ∠ تكون متطابقة)

47. إنك بحاجة فقط إلى أن تحصل على قياس زاوية واحدة. إذا ما حصلت على قياس واحدة من زوايا القاعدة، فسوف تعلم أن زاوية القاعدة الأخرى سيكون لها نفس القياس. وستتمكن بعدها من استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب زاوية الرأس. إذا ما حصلت على قياس زاوية الرأس، فسوف تتمكن من قسمة 180 ناقص تلك القيمة على 2 لتحسب قياس كل زاوية من زاويتي القاعدة.

48. المثلث متساوي الساقين يكون متناظرًا في ارتفاعه. والمثلث متساوي الأضلاع يكون متناظرًا في أي من ارتفاعاته.